

SAYISAL YÜKSEKLİK MODELLERİNDE POLİNOMLAR VE YAPAY SİNİR AĞLARI YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

L. Çakır

KTÜ, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, lcakir@ktu.edu.tr

ANAHTAR KELİMELER: *Yapay sinir ağları, polinomlar, sayısal yükseklik modeli*

ÖZET:

Yeryüzünün sürekli değişen topoğrafik yüzeyini sayısal ve üç boyutlu olarak ifade eden Sayısal Yükseklik Modelleri (SYM), günümüzde bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle araziye dayalı analizler için önemli bir veri kaynağı görevini üstlenmektedir. Yapılan çalışmada uygulama alanı olarak fonksiyonel bir test yüzeyi kullanılmıştır. Bu test yüzeyi için rastgele dağılımda dayanak ve test noktaları belirlenerek, polinomlar, ileri beslemeli yapay sinir ağları (İBYSA) ve radyal tabanlı yapay sinir ağları (RTYSA) yöntemleri ile yüzeyi temsil edecek en uygun sayısal yükseklik modelleri oluşturulmuştur. Tüm yöntemlerde en iyi sonucu veren SYM'lerden elde edilen istatistiksel değerler karşılaştırılarak yöntemlerin performansı irdelenmiştir. Sonuçlar karşılaştırıldığında incelenen test yüzeyi için sayısal yükseklik modeli belirlemede yapay sinir ağları yöntemlerinin polinomlara göre daha başarılı olduğu görülmüştür.

1. GİRİŞ

SYM, bilgisayarda yapılacak işlemlere esas olmak üzere yeryüzünün sayısal gösterimi olarak tanımlanır (Güler, 1978). 1950'li yılların sonlarına doğru ortaya atılan SYM'ler, günümüzde bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle araziye dayalı analizler için önemli bir veri kaynağını oluşturmaktadır.

SYM'nin oluşturulmasında topoğrafik yüzeyi yeterli duyarlılıkla temsil edecek, arazi üzerinde düzenli ya da düzensiz şekilde dağılmış konum ve yükseklik verisi bilinen dayanak (referans) noktalarına ihtiyaç vardır. Bu dayanak noktalarına bağlı olarak uygun bir hesaplama yöntemi ile oluşturulan SYM'de yeni bir ara noktanın yükseklik verisi kolaylıkla öğrenilmektedir.

SYM üretiminde kullanılan hesaplama yöntemleri çok çeşitli olup, kollokasyon, polinomlar, multikvadrik ve kriging enterpolasyon yöntemlerine sıklıkla başvurulmaktadır. Ayrıca son zamanlarda birçok alanda kullanılan yapay sinir ağları (YSA) yöntemleri de klasik yöntemlere kıyasla çok farklı algoritmaya sahip olup yüksek duyarlılıkla sonuçlar vermektedir. Sistem, girdi-çıkı değişkenleri arasında doğrusal olmayan bir modelleme ile oluşturulmaktadır.

Bu çalışmada, polinomlar, ileri beslemeli yapay sinir ağları (İBYSA) ve radyal tabanlı yapay sinir ağları (RTYSA) yöntemleri en uygun sayısal yükseklik modellerinin oluşturulması amaçlanmıştır. Her bir yöntemin uygulanmasında farklı parametreler seçilerek hesaplamalar yapılmış, tüm yöntemlerde en iyi sonucu veren SYM'lerden elde edilen istatistiksel değerler karşılaştırılarak yöntemlerin performansı irdelenmiştir. Çalışmada kullanılan yöntemler aşağıda açıklanmaktadır.

1.1 Polinomlarla Yüzey Modelleme

Bu yöntem, en yaygın kullanılan yöntemlerden biridir. Yöntemin amacı, arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade etmektir. (x, y, z) koordinatları ile bilinen dayanak noktalarının oluşturduğu arazi yüzeyi sırasıyla n . dereceden ortogonal ya da ortogonal olmayan polinomlar kullanılarak aşağıdaki gibi,

$$z(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} x^i y^j \quad (1)$$

$$z(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (2)$$

ifade edilebilir (İnal vd., 2003; Micchelli, 1986; Yanalak, 2002). Burada a_{ij} , polinomun bilinmeyen katsayılarını; n , yüzeyin derecesini göstermektedir.

Polinomsal ifadelerin çözümünde dayanak nokta sayısının gereğinden fazla olması durumunda polinom bilinmeyen katsayıları, en küçük kareler yöntemine göre (3) eşitliğinden hesaplanır. Bu katsayılar bulunduğundan sonra, çalışma bölgesindeki herhangi bir enterpolasyon noktasının yükseklik değeri, kaçınıcı derece polinom kullanılacaksa, o polinoma ait eşitliğe göre hesaplanır.

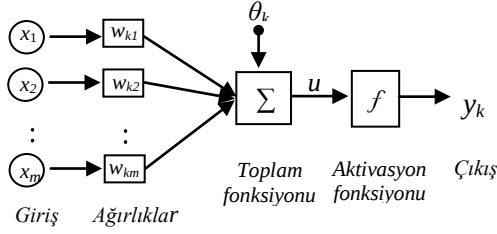
$$\underline{X} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{L} \quad (3)$$

Formülde $\underline{A}$ katsayılar matrisini, $\underline{L}$ ise dayanak noktalarına ait yükseklik değerlerini göstermektedir. Bir uygulama bölgesi için polinomlarla enterpolasyon uygulamasında kaçınıcı dereceden bir polinom kullanılacağı, polinom derecesinin birinci dereceden başlatılıp sırasıyla artırılarak dengeleme sonuçlarının analiz edilmesiyle belirlenir. Bu analiz aşamasında, model ve kestirilen parametreler için anlamlılık ve uyumsuz ölçü testlerinden yararlanılır (Aksoy, 1984; Konak, 1994; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Wolf and Ghilani, 1997; Şimşek, 1992).

1.2. Yapay Sinir Ağları (YSA) ile Yüzey Modelleme

Beynin fizyolojik yapısından esinlenerek geliştirilen YSA, öğrenme yolu ile yeni bilgiler türetebilme, yeni bilgiler oluşturabilme ve keşfedebilme gibi yetenekleri herhangi bir yardım almadan otomatik olarak gerçekleştirmek amacıyla geliştirilen bilgisayar sistemleridir (Öztemel 2003). Bir başka

deyişle YSA, deneysel bilginin depolanmasını ve kullanıma uygun hale getirilmesini sağlayan, basit birimlerden oluşan paralel olarak dağıtılmış bir işlemcidir (Haykin, 1994). Yapay sinir ağları, yapay sinir hücrelerinin (nöronların) birbirleri ile çeşitli şekillerde bağlanmasından oluşur



Şekil 1. Yapay sinir hücresi modeli

Şekil 1'de görüldüğü gibi, yapay sinir hücresi, girişler, ağırlıklar, toplam fonksiyonu, transfer fonksiyonu ve çıkış olmak üzere beş temel öğeden oluşmaktadır. Yapay sinir hücresinin görevi, önceki sinirlerden veya dış dünyadan aldığı giriş tabakasındaki birçok bilgiyi ($x_1, x_2, \dots, x_m$) başka nöronlara iletmektir. Her bir giriş verisi, kendine ait bir ağırlığa sahiptir. Ağırlıklar ($w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{km}$), giriş değerlerin çıkış değeri üzerindeki önemini ve etkisini belirleyen uygun katsayılarıdır. Bir nöron modelinde, nörona gelen her girdi verisi kendi ağırlığı ile çarpılıp çarpım sonuçları toplanmakta, buna θ_k bias değeri de eklenerek elde edilen u_k çıkış değeri, aktivasyon fonksiyonuna gönderilmektedir. Böylelikle u_k çıktı değerinin matematiksel modeli aşağıdaki gibi oluşturabilir:

$$u_k = w_{k1}x_1 + w_{k2}x_2 + \dots + w_{km}x_m + \theta_k = \sum_{i=1}^m w_{ki}x_i + \theta_k \quad (4)$$

Burada m giriş sayısı olmak üzere x_i , i . işlem elemanının girişi, w_{ki} , i . işlem elemanından k 'ncı işlem elemanına olan ağırlık değerini göstermektedir. Sonuç olarak y_k çıkış değeri,

$$y_k = f(u_k) = f\left(\sum_{i=1}^m w_{ki} x_i + \theta_k\right) \quad (5)$$

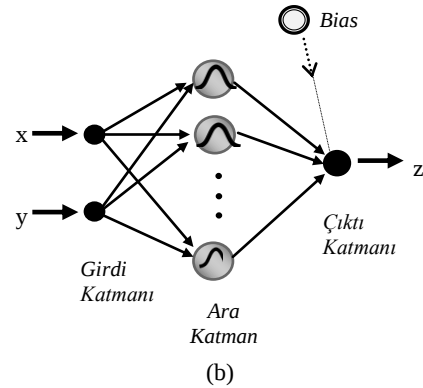
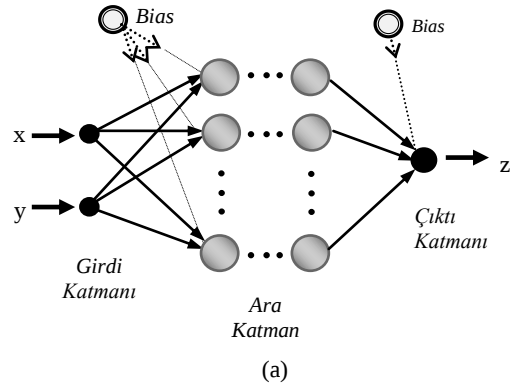
biçiminde ifade edilebilir. Formülde geçen f , aktivasyon fonksiyonudur (Elmas, 2003).

Yapay sinir ağlarında çok çeşitli ağ yapıları vardır. Bu mimari yapı, YSA'da veri akış yönü, nöronların tanımlandığı tabakalar, tabakalardaki nöron sayısı, nöronlar arasında tanımlı ağırlıklar, sistemin eğitim algoritmasını ve aktivasyon fonksiyonunu ifade etmektedir (Akyılmaz ve Ayan, 2006). Mühendislik çalışmalarında, ileri beslemeli yapay sinir ağları ve radyal tabanlı yapay sinir ağları yaygın olarak kullanılmaktadır.

1.2.1. İleri Beslemeli Yapay Sinir Ağları (İBYSA)

İBYSA yapısı üç katmandan oluşmaktadır. Bunlar, bir giriş, bir veya daha fazla ara katman ve bir de çıkış katmanıdır (Şekil 2-a). Ağın giriş ve çıkış katmanlarında, probleme ait veriler bulunmaktadır. Ara katman sayısı ve ara katmanlardaki nöron sayısı ise her probleme göre deneme-yanılma yolu ile performans kriterlerine bakılarak belirlenir. Katmanlardaki bilgi akışı ileri doğru olup, bir katmandaki bütün nöronlar bir üst katmandaki tüm nöronlara bağlıdır. YSA'larda amaçlanan, örnek girdi-çıkı veri setindeki ilişkilendirmeyi tanımlayarak

seçilen eğitim algoritmalarıyla nöronlar arasındaki ağırlık verilerinin belirlenmesidir. Böylece ağ, test verileri için çıkış değeri üretebilir. İBYSA'ların eğitiminde genellikle geri yayılım algoritması ve Levenberg-Marquardt kullanılmaktadır (Haykin, 1994).



Şekil 2. a) İBYSA, b) Radyal tabanlı yapay sinir ağının mimari yapısı

1.2.2. Radyal Tabanlı Yapay Sinir Ağları (RTYSA)

Radyal tabanlı fonksiyonların kestirim ve eğri uydurma problemlerin çözümünde etkin olarak kullanılmasından yola çıkarak, Moody ve Darken (1988) bu fonksiyonların yapay sinir ağları içinde aktivasyon fonksiyonu olarak kullanılmasını önermişlerdir. RTYSA, İBYSA'ya benzer şekilde giriş, ara katman ve çıkış katmanından oluşan ileri beslemeli ağ yapılarındandır (Şekil 2-b). RTYSA'da radyal olarak simetrik olan ara katman sayısı birden çok olamaz. Ayrıca ara katmandan çıkış katmanına dönüşüm doğrusal iken; girdi katmanından ara katmana dönüşüm, kullanılan radyal tabanlı aktivasyon fonksiyonlarından dolayı doğrusal olmamaktadır. Girdi katmanındaki işlemci elemanlar giriş verilerini hiçbir işlem uygulamadan direkt olarak ara katmana iletirler. Gizli katmandaki işlemci elemanların çıkışları, YSA girişleri ile radyal fonksiyonun merkezi arasındaki uzaklığın bir fonksiyonunu hesaplar. Son olarak, çıktı katmanı ara katmanın çıkışlarından ağırlıklandırılmış toplam çıkışı üretir (Park ve Sandberg, 1991).

Doğrusal olmayan RTYSA'da, aktivasyon fonksiyonu olarak multiküadratik, ters multiküadratik veya Gauss fonksiyonları kullanılır (Demuth ve Beale 2000). Genellikle RTYSA'da, aşağıda formülü verilen Gauss fonksiyonu kullanılmaktadır (Lippmann, 1989).

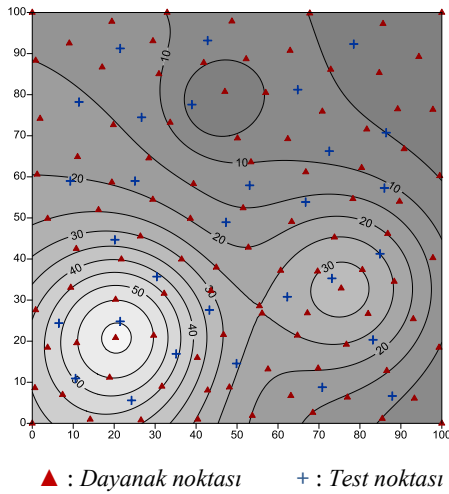
$$\phi_i(x) = \exp \left[-\frac{\|x - c_i\|^2}{2\sigma_i^2} \right] \quad (6)$$

Burada c_i ara katmandaki nöronun merkezi, x giriş vektörü, σ_i dağılım parametresi, ϕ_i aktivasyon fonksiyonudur.

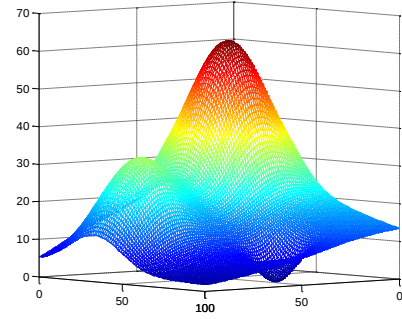
2. UYGULAMA

Bu çalışmada uygulama alanı olarak 100m*100m'lik alanda tanımlı (7) eşitliğinde verilen fonksiyonel bir test yüzeyi kullanılmıştır (Franke, 1979). Test yüzeyinin fonksiyonla ifade edilmesi bize noktaların gerçek yükseklik değerlerini hesaplamayı sağlar. Böylece dayanak ve test noktalarına ait gerçek hatalar elde edilmektedir. Uygulamada öncelikle rasgele dağılımda 80 nokta dayanak noktası ve 20 test noktası belirlenmiştir. Bu noktaların yüzey üzerindeki dağılımı ve yüzeyin perspektif görünümü Şekil 3 ve 4'te görülmektedir. Uygulamalara ait tüm hesaplamalar MATLAB programlama dilinde hazırlanmıştır.

$$z(x, y) = \left(0.75 \exp \left[\frac{(9x/100 - 2)^2 + (9y/100 - 2)^2}{4} \right] + 0.75 \exp \left[\frac{(9x/100 + 1)^2}{49} - \frac{9y/100 + 1}{10} \right] + 0.5 \exp \left[-\frac{(9x/100 - 7)^2 + (9y/100 - 3)^2}{4} \right] - 0.2 \exp \left[-(9x/100 - 4)^2 - (9y/100 - 7)^2 \right] \right) * 50 \quad (7)$$



Şekil 3. Test yüzeyinin eşyükselti eğrili planı



Şekil 4. Test yüzeyinin perspektif görünümü

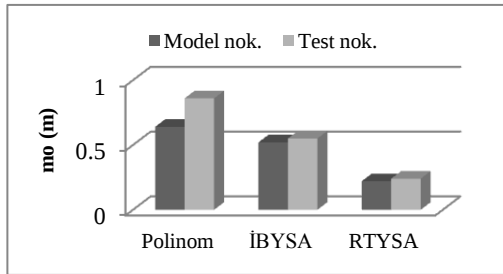
Test yüzeyi polinomlarla modellemeye, polinom derecesi birden başlanarak sırayla artırılmış ve yüzey için hesaplanan istatistiksel sonuçlar irdelenerek değerlendirmeler yapılmıştır. Polinom katsayılarının anlamlılığını test etmek için istatistiksel t testi kullanılmıştır. t testi için tablo değeri %95 güven aralığında hesaplanmıştır. Polinom bilinmeyen katsayısının test değeri tablo değerinden büyük olursa katsayı anlamlı olarak kabul edilirken test değeri tablo değerinden küçük olan polinom bilinmeyen katsayısı anlamsız kabul edilerek ilgili ifadede silinmektedir (Wolf and Ghilani, 1997; Şimşek, 1992). Buna göre, test yüzeyi için yapılan değerlendirmelerde ortogonal olmayan yedinci derece polinom yüzeyinin dayanak ve test noktalarına daha iyi yakınsadığı görülmektedir.

Test yüzeyinin YSA ile modellenmesinde ağ mimarisi oluşturulurken girdi bilgisi olarak yatay konum (x,y) verisi, çıktı bilgisi olarak da (z) yükseklik değeri kullanılmıştır. YSA'da uygun ağ parametreleri yani öğrenme algoritması, gizli katman sayısı, gizli katmanlardaki hücre sayısı, öğrenme oranı gibi parametreler değiştirilerek "deneme-yanılma" stratejisi ile en uygun ağ mimarisi bulunmaya çalışılmıştır. Yapılan denemeler sonucunda belirlenen parametreler: Levenberg-Marquardt öğrenme algoritması, öğrenme oranı 0.02 ve momentum katsayısı 0.9, eğitim performansı için hedeflenen hata değeri 10^{-5} , epok sayısı 1000 olan iki ara katmandır. İBYSA'nın mimarisi 2:10:3:1 biçimindedir. Bu ifadeye göre girdi katmanında (x,y) iki nöron, birinci ara katmanda 10 nöron, ikinci ara katmanda 3 nöron ve çıktı katmanında (z) bir nöron bulunmaktadır. Oluşturulan İBYSA'nın ara katmanlarında aktivasyon fonksiyonu olarak sırasıyla hiperbolik tanjant sigmoid, logaritmik sigmoid ve lineer fonksiyonların daha iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Sonuçta uygulama alanında en iyi sonucu veren İBYSA modeli ile elde edilen istatistiksel değerler aşağıda Tablo 1'de gösterilmiştir.

Çalışmada İBYSA yöntemine alternatif olarak kullanılan RTYSA yöntemi ile yüzeyi modellemeye ise radyal tabanlı fonksiyon olarak literatürde en çok kullanılan gauss fonksiyonu kullanılmıştır. Giriş katmanında (x,y) konum verisi, çıkış katmanında yükseklik değeri (z) bulunmaktadır. Yapılan tekrarlı denemelerde optimum ağ mimarisi 2:49:1 olarak belirlenmiştir. Buradan ağın ara katmanında 49 nöron olduğu görülmektedir. Ayrıca multikvadrik fonksiyonda olduğu gibi gauss fonksiyonunun yayılma parametresi (δ) değeri değişiminin sonuçlar üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu bilinmektedir. Bu nedenle modellenen jeoit yüzeyinden hesaplanan model ve test noktalarına ait doğruluk değerleri göz önünde bulundurularak deneme-yanılma ile yayılma parametresinin değeri de 0.2 olarak belirlenmiştir. Buna göre RTYSA ile test alanında oluşturulan SYM'lerden elde edilen istatistiksel sonuçlar Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Test yüzeyine ait istatistiksel sonuçlar

Yöntem	Veri	min (m)	ort (m)	maks (m)	m ₀ (m)	R ²
Polinom	Model nok.	-2.74	0.00	1.38	0.64	0.9980
	Test nok.	-2.30	-0.10	1.21	0.86	0.9965
İBYSA	Model nok.	-0.49	0.17	2.44	0.52	0.9990
	Test nok.	-0.39	0.18	2.30	0.55	0.9986
RTYSA	Model nok.	-0.68	0.00	1.06	0.22	0.9998
	Test nok.	-0.56	-0.04	0.70	0.24	0.9997



Şekil 5. Test yüzeyinde model ve test noktaları için hesaplanan mo değerlerinin karşılaştırılması

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

YSA, aktivasyon fonksiyonlarının yapısı gereği, istatistiksel yaklaşımların çoğunda varsayılan herhangi bir ön şarta gerek duymaksızın lineer ve lineer olmayan modellere uygulanabilme yeteneğinden dolayı bir çok mühendislik problemine etkin çözümler sağlamaktadır (Luk vd., 1999). Ancak ağ parametrelerinden, ara katman sayısı, ara katmanlardaki nöron sayısı, nöronlar arasında tanımlı ağırlıklar, aktivasyon fonksiyonları, öğrenme oranı ve ağırlık eğitim algoritması gibi parametrelerin seçiminin ağırlık doğruluğunu artıracağı unutulmamalıdır.

Bu çalışmada, İBYSA, RTYSA ve polinom fonksiyonları ile SYM üretilerek yöntemlerin karşılaştırılması amaçlanmıştır. YSA parametreleri yüzlerce denemenin sonunda kullanıcı tarafından belirlendiği için hesaplama süresi açısından polinom fonksiyonları ile kıyaslandığında daha fazla zaman alan bir yöntemdir. Uygulama alanındaki test noktaları için, Tablo 1'deki istatistiksel değerler incelendiğinde İBYSA ve RTYSA yöntemleri için karesel ortalama hata değerleri sırasıyla $\pm 0.55m$ $\pm 0.24m$ olup belirlilik katsayı değerlerinde de 0.9986 ve 0.9997 gibi sonuçlar elde edilmiştir. Her iki yöntem, test noktalarında polinom yüzeyleri ile modellemekten elde edilen $\pm 0.86m$ karesel ortalama hata ve 0 YSA yöntemlerinin daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

6. KAYNAKLAR

Aksoy, A., 1984. Uyuşumsuz Ölçüler Testi, *Harita Dergisi*, 93, 15-24.

Akyılmaz, O., Ayan, T., 2006. Esnak Hesaplama Yöntemlerinin Jeodezide Uygulamaları, *İTÜ Dergisi*, Mühendislik Serisi(d), 261-268s.

Demuth, H. ve Beale, M., 2000. Neural Network Toolbox for Use with Matlab, Mathworks Inc., 840 s.

Elmas, Ç., 2003. Yapay Sinir Ağları (Kuram, Mimari, Eğitim, Uygulama), Seçkin Yayıncılık. Ankara, 192 s.

Franke, R., 1979. A Critical Comparison of Some Methods for Interpolation of Scattered Data, Araştırma raporu, Naval Postgraduate School Monterey, California.

Güler, A., 1978. Sayısal Arazi Modellerinde Enterpolasyon Yöntemleri, *Harita Dergisi*, 85, 53-70.

Haykin, S., 1999. Neural Networks a Comprehensive Foundation, Prentice Hall Publish., New Jersey, 842 s.

İnal, C., Turgut, B. ve Yiğit, C., Ö., 2003. Lokal Alanlarda Jeoit Ondüasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde 30.Yıl Sempozyumu, Ekim, Konya, Bildiriler Kitabı, 97-106.

Konak, H., 1994. Yüzey Ağlarının Optimizasyonu, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Lippmann R., P., 1989. Pattern Classification Using Neural Networks, *IEEE Communications Magazine*, 47-64 s.

Luk, K., C., Ball, J., E. ve Shirma, A., 1999. A Study of Optimal Model Lag and Spatial Inputs to Artificial Neural Network for Rainfall Forecasting, *Journal of Hydrology*, 227, 56-65s.

Micchelli, C., A., 1986. Interpolation of Scattered Data: Distance Matrices and Conditionally Positive Definite Functions, *Const. Approx.*, 2, 11-22.

Moody, J. ve Darken, C., 1989. Fast Learning in Networks of Locally-Tuned Processing Units, *Neural Computation*, 1, 281-294s.

Öztemel, E., 2003. Yapay Sinir Ağları, Papatya Yayınevi, İstanbul, 232 s.

Öztürk, E. ve Şerbetçi, M., 1992. Dengeleme Hesabı, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, Trabzon, 558 s.

Park, J. ve Sveberg, J., W., 1991. Universal Approximation Using Radial Basis Functions Network, *Neural Computation*, 3, 246-257s.

Şimşek, M., 1992. Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi, *Harita Dergisi*, 108, 18-33.

Wolf, H. ve Ghilani, C., D., 1997. Adjustment Computation: Statistics ve Least Squares in Surveying ve GIS, John Wiley ve Sons Inc., New York, 564 s.

Yanalak M., 2002. Sayısal Arazi Modellerinde Yükseklik Enterpolasyonu, *Harita Dergisi*, 128, 44-58 s.